BLOQUE III: MATEMÁTICA DISCRETA

TEMA 2

RELACIONES Y ÓRDENES

EJERCICIOS

Ejercicio 1 Sean $A = \{a, b, c\}$ y $R = \{(c, c), (a, b), (b, c), (a, c), (c, b), (b, b)\}$, ¿La relación R es reflexiva, simétrica o transitiva? Razona la respuesta

Ejercicio 2 Sobre el conjunto $\mathbb{N}$ se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x \geq 3 \text{ e } y \geq 2$$

¿La relación R es reflexiva, simétrica o transitiva? Razona la respuesta

Ejercicio 3 Sobre el conjunto $\mathbb{N}_1$ de los números naturales positivos se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow m.c.d(x, y) = 1$$

Es decir, dos números están relacionados si y solo si son primos.

La relación R es reflexiva, simétrica o transitiva? Razona la respuesta

Ejercicio 4 Sean $A = \{1,2,3,4\}$ y $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$, ¿es R una relación de equivalencia? Razona la respuesta

Ejercicio 5 Sobre el conjunto $\mathbb{N}_1$ de los números naturales positivos se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x + 3 \geq 3y + 2$$

¿es R una relación antirreflexiva o reflexiva? ¿es una relación de orden? Razona la respuesta

Ejercicio 6 Sea R la relación binaria definida sobre el conjunto $A = \{1,2,3,4\}$ por:

$$R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (4,3)\}$$

¿es R una relación antisimétrica o antirreflexiva? ¿es una relación de orden? Razona la respuesta

Ejercicio 7 ¿Cuál de los siguientes conjuntos de $\mathbb{N}_1$ está totalmente ordenado con el orden definido por la condición $x \sqsubseteq y \Leftrightarrow x|y$?

a) $\{7,14,21,28\}$

b) $\{1,2,3,4,6,24\}$

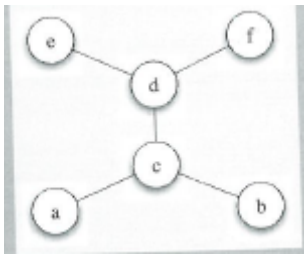
c) $\{2,4,8,16\}$

Ejercicio 8 En el conjunto conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x - y \text{ es impar positivo}$$

¿Es una relación antirreflexiva, conexa o transitiva? Razona la respuesta

Ejercicio 9 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de la relación de orden que aparece en el diagrama de Hasse es cierta?



a) Solo hay elementos maximales

b) Hay elementos maximales y minimales

c) Solo hay elementos minimales

Ejercicio 10 Se define sobre $\mathbb{N}_1$ el orden definido por la condición $x \sqsubseteq y \Leftrightarrow x|y$?. Consideremos el subconjunto $A = \{1,2,3,4,6\}$. ¿Tiene A mínimo, máximo y maximales?

Ejercicio 11 Sean los conjuntos $A = \{5,6\}$ y $B = \{a, b, c\}$. Definimos la relación

$$R = \{(5, a), (6, b), (5, c)\}$$

a) ¿Es R una función? Razona la respuesta. Si la respuesta es afirmativa clasifícala

b) Calcula R^{-1}

c) ¿Es R^{-1} una función? Razona la respuesta. Si la respuesta es afirmativa clasifícala

Ejercicio 12 Sean *F*, *G*, *H* las relaciones binarias sobre $\mathbb{R}$ definidas como:

$$F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = x + 1\}$$
$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = 2x\}$$
$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = x^2\}$$

a) Determina el dominio y el rango de cada una de ellas

b) Calcula definiciones explícitas de las siguientes relaciones compuestas: $G \circ F$ y $F \circ H$

Ejercicio 13 Sobre el conjunto $\mathbb{N}_1$ de los números naturales positivos se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x|y$$

¿es R una relación de equivalencia? Razona la respuesta

Ejercicio 14 Sobre el conjunto $\mathbb{N}_1$ de los números naturales positivos se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x|y, x \neq y$$

¿es R una relación de equivalencia? Razona la respuesta

Ejercicio 15 Sobre el conjunto $\mathbb{N}_1$ de los números naturales positivos se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x \neq y$$

¿es R una relación de equivalencia? Razona la respuesta

Ejercicio 16 Sobre el conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros se define la relación binaria R como:

$$xRy \Leftrightarrow x + 3y \; es \; m\acute{u}ltiplo \; de \; 4$$

a) ¿es R una relación de equivalencia?

b) Indica qué valores pertenecen a las clases de equivalencia $[4]$ y $[0]$. ¿Se verifica $[4] = [0]$? Razona la respuesta

Ejercicio 17 Estudia los elementos extremos y extremales en los siguientes conjuntos de números, ordenados por la relación de divisibilidad $x \sqsubseteq y \Leftrightarrow x|y$?.

a) $\{1,2,3,4,6,8,12,24\}$

b) $\{2,3,4,6,8,12,24\}$

c) $\{1,2,3,4,6,8,12\}$

d) $\{2,3,4,6,8,12\}$